

令和7年度(2月期)
近畿大学大学院産業理工学研究科

博士前期課程

試験問題

(科目) 電磁気学

【設問 1】

(1) 図 1.1(a)のように、真空中に置かれた面積 S の平面 S_1 が、電荷 $Q (> 0)$ で均一に帯電している。平面 S_1 近傍の電束密度の大きさ D を求めるために、図 1.1(b)のように半径が r で高さが h の円柱状にガウス閉曲面 S_G をとった。次の問い① ~ ⑧に答えなさい。ただし S_1 に十分近い領域では、端の影響を無視することができるため、平面 S_1 近傍の電束密度ベクトル D は平面 S_1 に対して垂直な成分しか持っていないものとする。

- ① 平面 S_1 の面電荷密度 σ を、 S と Q で表しなさい。
- ② ガウス閉曲面 S_G 内に含まれる電荷量を、 r, S, Q を用いて表しなさい。
- ③ ガウス閉曲面 S_G 内の電荷がつくる電束の数 Φ を、 r, S, Q を用いて表しなさい。
- ④ ガウス閉曲面 S_G を貫く電束の数 $\oint_{S_G} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ を、 r, S, Q を用いて表しなさい。
- ⑤ ガウス閉曲面 S_G の上面と底面を貫く電束の数をそれぞれ、 $\int_{\text{上面}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ と $\int_{\text{底面}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ とするとき、これらを r と D を用いて表しなさい。
- ⑥ ガウス閉曲面 S_G の側面を貫く電束の数 $\int_{\text{側面}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ を答えなさい。
- ⑦ ⑤と⑥から、ガウス閉曲面 S_G を貫く電束の数 $\oint_{S_G} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ を r と D を用いて表しなさい。
- ⑧ ④と⑦から、平面 S_1 近傍の電束密度の大きさが $D = \frac{Q}{2S}$ になることを示しなさい。

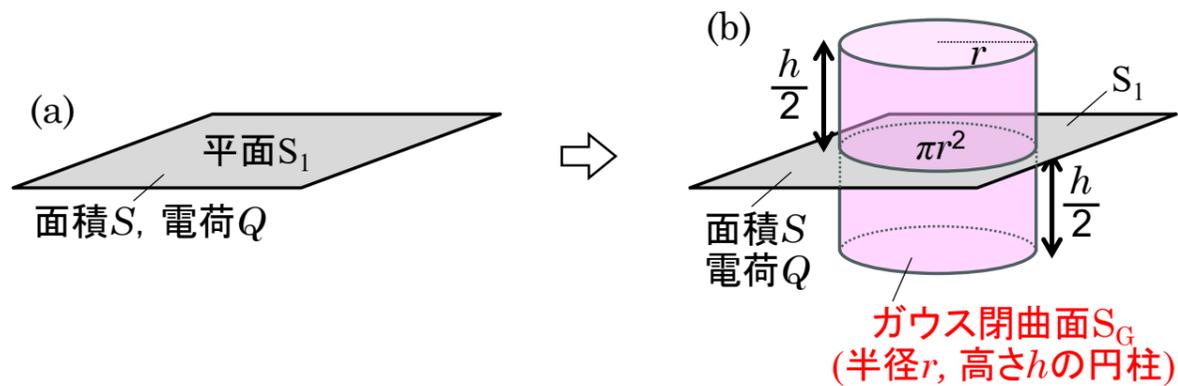


図 1.1

(2) 図 1.2 のように、ともに面積が S の平面導体 S_1 と S_2 を、真空中で距離 d だけ離して平行に並べ、 S_1 を電荷 Q で、 S_2 を $-Q$ でそれぞれ均一に帯電させた。このとき、次の問い① ~ ⑧に答えなさい。ただし、真空の誘電率は、 ϵ_0 とし、 S_1 と S_2 の間の距離 d は十分に小さいものとする。

- ① 図 1.2 の領域 I (S_1 の上側)、領域 II (S_1 と S_2 の間)、および領域 III (S_2 の下側)における電束密度の大きさ D を求めなさい。
- ② 電束密度 D と電界 E の関係を、 ϵ_0 を用いて表しなさい。
- ③ ①と②を用いて、図 1.2 の領域 II (S_1 と S_2 の間)における電界の大きさが、 $E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$ となることを示しなさい。
- ④ 平面導体 S_1 と S_2 間の電位差 ϕ を、 S, Q, d, ϵ_0 で表しなさい。
- ⑤ 平面導体 S_1 と S_2 の静電容量 C を、 ϕ と Q で表しなさい。
- ⑥ 平面導体 S_1 と S_2 の静電容量 C を、 S, d, ϵ_0 で表しなさい。
- ⑦ 平面導体 S_1 と S_2 間に蓄積している静電エネルギー U_e を、 C と ϕ を用いて表しなさい。
- ⑧ 平面導体 S_1 と S_2 間に蓄積している静電エネルギー U_e を、 S, Q, d, ϵ_0 で表しなさい。

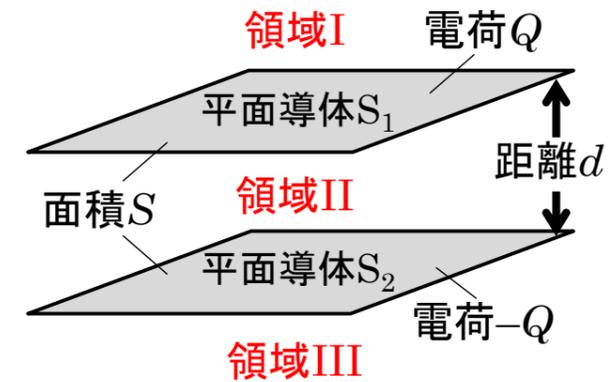


図 1.2

【設問2】

図2のように、十分に長い空芯ソレノイドコイル(単位長さあたりの巻数: n , 長さ: l , 断面積: S)に、電源(電圧 V)と抵抗 R , およびスイッチをつないで電気回路を形成した。ここで、真空の透磁率は μ_0 とし、ソレノイドコイルの抵抗や端の影響は無視できるほど小さいものとする。

(1) スイッチを1側に入れて、図2の回路内に電流 I を流した。次の問い①～⑨に答えなさい。

- ① 空芯ソレノイドコイル内の磁束密度の大きさ B を, μ_0, n, I で表しなさい。
- ② 空芯ソレノイドコイル内の磁束 ϕ を, B と S で表しなさい。
- ③ 空芯ソレノイドコイル内の磁束 ϕ を, μ_0, n, I, S で表しなさい。
- ④ ③の磁束 ϕ が, 空芯ソレノイドコイルと鎖交する(を貫く)回数を, n と l で表しなさい。
- ⑤ 電流 I が時間変化しているとき, 空芯ソレノイドコイルの両端に生じる自己誘導起電力 V_{ind} を, $\mu_0,$

n, l, S と, 電流の時間変化率 $\frac{dI}{dt}$ を用いて表しなさい。

⑥ V_{ind} を, 空芯ソレノイドコイルの自己インダクタンス L と $\frac{dI}{dt}$ で表しなさい。

⑦ ⑤と⑥から, 空芯ソレノイドコイルの自己インダクタンス L を, μ_0, n, l, S を用いて表しなさい。

⑧ 磁界のエネルギー U を, μ_0, n, l, S, I を用いて答えなさい。

(2) スイッチを1側に入れて十分時間がたったあと, スイッチを2側に切り替えた。この時刻を $t = 0$ とするとき, 次の問い①～③に答えなさい。

① $t = 0$ のときの電流 I を, R と V で表しなさい。

② このときの回路方程式を, $L, R, I, \frac{dI}{dt}$ を用いて表しなさい。

③ ②の回路方程式を解き, 時刻 t における電流 I を, t, L, R, V を用いて表しなさい。

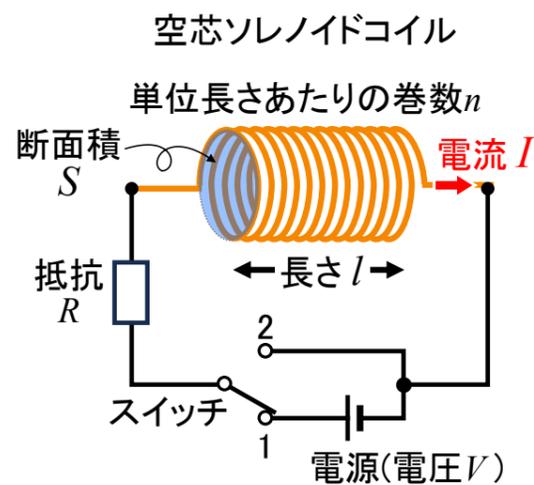


図2

受験番号	赤字：解答もしくは解答例	氏名	青字：出題意図および配点
------	--------------	----	--------------

【設問1】

(1)	
① $\sigma = \frac{Q}{S}$ (完全正答, 3点)	② $\frac{Q\pi r^2}{S}$ (完全正答, 3点)
③ $\phi = \frac{Q\pi r^2}{S}$ (完全正答, 3点)	④ $\oint_{S_G} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q\pi r^2}{S}$ (完全正答, 4点)
⑤ $\int_{\text{上面}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \pi r^2 D$ (完全正答, 3点)	⑥ $\int_{\text{底面}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \pi r^2 D$ (完全正答, 3点)
⑦ $\int_{\text{側面}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 0$ (完全正答, 3点)	⑧ $\oint_{S_G} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 2\pi r^2 D$ (完全正答, 4点)
⑨ ④と⑧より、 $2\pi r^2 D = \frac{Q\pi r^2}{S}$ なので、 $D = \frac{Q}{2S}$ となる。 $\left[2\pi r^2 D = \frac{Q\pi r^2}{S}$ と $D = \frac{Q}{2S}$ が含まれているかどうか, 4点	

(2)		
①		
(領域 I) $D = 0$ (完全正答, 3点)	(領域 II) $D = \frac{Q}{S}$ (完全正答, 3点)	(領域 III) $D = 0$ (完全正答, 3点)
② $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ (完全正答, 3点)	③ $D = \frac{Q}{S}$ なので、 $E = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$ ($\frac{Q}{\epsilon_0 S}$ が含まれているか, 4点)	
④ $\phi = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$ (完全正答, 3点)	⑤ $C = \frac{Q}{\phi}$ (完全正答, 3点)	
⑥ $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ (完全正答, 4点)	⑦ $U_e = \frac{1}{2} C \phi^2$ (完全正答, 3点)	
⑧ $U_e = \frac{1}{2} \frac{d}{\epsilon_0 S} Q^2$ (完全正答, 4点)		

【設問2】

(1)	
① $B = \mu_0 n I$ (完全正答, 4点)	② $\phi = BS$ (完全正答, 3点)
③ $\phi = \mu_0 n I S$ (完全正答, 3点)	④ $n l$ 回 ($n l$ だけでも正答, 3点)
⑤ $V_{\text{ind}} = -\mu_0 n^2 l S \frac{dI}{dt}$ (完全正答, 4点)	⑥ $V_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt}$ (完全正答, 3点)
⑦ $L = \mu_0 n^2 l S$ (完全正答, 4点)	⑧ $U = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 l S I^2$ (完全正答, 3点)
(2)	
① $I = \frac{V}{R}$ (完全正答, 3点)	② $-RI - L \frac{dI}{dt} = 0$ (式が同値なら正答, 3点)
③ $-RI - L \frac{dI}{dt} = 0$ $-\frac{R}{L} dt = \frac{dI}{I}$ 両辺、積分する。 $-\int \frac{R}{L} dt = \int \frac{dI}{I}$	$-\frac{R}{L} t + \alpha = \ln I $ (α は、積分定数) $I = \pm \exp\left(-\frac{R}{L} t + \alpha\right)$ $= A \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)$ ここで A は、積分定数である。
	$t = 0$ s のとき、 $I = \frac{V}{R}$ なので、 $\frac{V}{R} = A \exp(0)$ より、 $A = \frac{V}{R}$ よって、 $I = \frac{V}{R} \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)$ $\left[I = \frac{V}{R} \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)$ が含まれているか, 4点